

## EJERCICIOS PROPUESTOS VECTORES

**Ejercicio 2.1.-** Un vector situado en el plano XY tiene una magnitud de 25 unidades y forma un ángulo de  $37^\circ$  con la abscisa. Determine sus componentes rectangulares.

**Solución:**

$$A_x = 20$$

$$A_y = 15$$

**Ejercicio 2.2.-** La componente x de un vector que está en el plano XY es de 12 unidades, y la componente y es de 16 unidades. ¿Cuál es la magnitud y dirección del vector?.

**Solución:**

$$A = 20$$

$$\theta_x = 53,1^\circ$$

**Ejercicio 2.3.-** Encuentre las componentes rectangulares, las magnitudes y los ángulos directores de los vectores  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  y  $\vec{C}$  que van desde el punto a hasta el punto b, desde el punto c hasta el punto d y desde el punto e hasta el punto f, respectivamente, en el espacio coordenado cartesiano:

$$a=(2,-1,7); \quad b=(9,4,2)$$

$$c=(9,4,2); \quad d=(2,-1,7)$$

$$e=(0,0,0); \quad f=(2,2,1)$$

**Solución:**

$$A_x = 7; \quad A_y = 5; \quad A_z = -5; \quad A = 9,9$$

$$\theta_{Ax} = 45,0^\circ; \quad \theta_{Ay} = 59,7^\circ; \quad \theta_{Az} = 120,3^\circ;$$

$$B_x = -7; \quad B_y = -5; \quad B_z = 5; \quad B = 9,9$$

$$\theta_{Bx} = 135,0^\circ; \quad \theta_{By} = 120,3^\circ; \quad \theta_{Bz} = 59,7^\circ,$$

$$C_x = 2; \quad C_y = 2; \quad C_z = 1; \quad C = 3$$

$$\theta_{Cx} = 48,2^\circ; \quad \theta_{Cy} = 48,2^\circ; \quad \theta_{Cz} = 70,5^\circ$$

**Ejercicio 2.4.-** Un vector  $\vec{A}$  tiene una magnitud de 9 [cm] y está dirigido hacia +X. Otro vector  $\vec{B}$  tiene una magnitud de 6 [cm] y forma un ángulo de  $45^\circ$  respecto de la abscisa positiva. El vector  $\vec{C}$  tiene una magnitud de 15 [cm] y forma un ángulo de  $75^\circ$  respecto del eje +X. Determine el vector resultante.

**Solución:**

$$\vec{R} = 17,1\hat{i} + 18,7\hat{j}$$

**Ejercicio 2.5.-** Dado el vector  $\vec{A} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k}$ , determine sus ángulos directores.

**Solución:**

$$\theta_x = 70,5^\circ; \quad \theta_y = 48,2^\circ; \quad \theta_z = 131,8^\circ$$

**Ejercicio 2.6.-** Dados los vectores:

$$\vec{A} = 10\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}; \quad \vec{B} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k};$$

$$\vec{C} = 2\hat{i} + 6\hat{j} - 4\hat{k}$$

Encontrar:

a)  $\vec{A} + \vec{B}$

b)  $\vec{A} - \vec{B}$

c)  $2\vec{A} - 3\vec{B} + \frac{\vec{C}}{2}$

d)  $\vec{A} \cdot 3\vec{C} \times \vec{B}$

e) Los ángulos directores de  $\vec{B} \times \vec{C}$

**Solución:**

a)  $\vec{A} + \vec{B} = 13\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k}$

b)  $\vec{A} - \vec{B} = 7\hat{i} + 9\hat{j} + \hat{k}$

c)  $2\vec{A} - 3\vec{B} + \frac{\vec{C}}{2} = 12\hat{i} + 25\hat{j} - 2\hat{k}$

d)  $\vec{A} \cdot 3\vec{C} \times \vec{B} = -594$

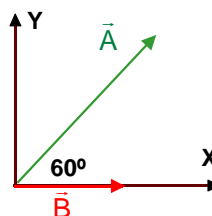
e)  $\theta_x = 82,5^\circ; \quad \theta_y = 58,7^\circ; \quad \theta_z = 32,4^\circ$

**Ejercicio 2.7.-** Hallar la resultante de los siguientes desplazamientos: 3 [m] hacia el este; 12 [m] hacia el este  $40^\circ$  hacia el norte y 7 [m] hacia el oeste  $60^\circ$  hacia el sur.

**Solución:**

$$\vec{R} = 8,7\hat{i} + 1,6\hat{j}$$

**Ejercicio 2.8.-** Sumar dos vectores de magnitudes 8 y 5 que forman un ángulo de  $60^\circ$  entre sí.



**Solución:**

$$\vec{R} = 9\hat{i} + 6,9\hat{j}$$

**Ejercicio 2.9.-** Un barco se desplaza sobre una superficie de agua tranquila a razón de  $10 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$  y entra en dirección  $0$   $60^\circ$  S en una corriente cuya dirección es E y que se mueve con una velocidad de  $12 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$ . ¿Cuál será su velocidad resultante?

**Solución:**

$$\vec{R} = (7\hat{i} - 8,7\hat{j}) \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$$

**Ejercicio 2.10.-** Un barco avanza hacia el norte 60 [km]; luego cambia de curso y navega en alguna dirección hacia el sureste (no necesariamente S 45° E) hasta llegar a una posición a 50 [km] de distancia del punto de partida, en una dirección E 20,6° N respecto de dicho punto. Determine la longitud y el rumbo de la segunda parte de la travesía.

**Solución:**

$\vec{d}_2 = (46,8\hat{i} - 42,4\hat{j})$  [km] O, lo que es igual, navega 63,2 [km] en dirección E 42,2° S

**Ejercicio 2.11.-** Demuestre que los vectores  $\vec{A} = \hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$  y  $\vec{B} = -4\hat{i} + 12\hat{j} - 8\hat{k}$  son paralelos.

**Solución:**

$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{0}$ ; es cierto

**Ejercicio 2.12.-** Encontrar un vector  $\vec{B}$  que esté en el plano XY, que sea perpendicular al vector  $\vec{A} = \hat{i} + 3\hat{j}$

**Solución:**

$B_x + 3B_y = 0$  el que se satisface para  $B_x = 3a$  y  $B_y = -a$ , con  $a =$  cualquier número real.

**Ejercicio 2.13.-** Dados los vectores  $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j}$  y  $\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j}$ , encontrar su producto vectorial y comprobar que ese vector es perpendicular a  $\vec{A}$  y a  $\vec{B}$ .

**Solución:**

$\vec{A} \cdot \vec{A} \times \vec{B} = 0$  luego son perpendiculares

$\vec{B} \cdot \vec{A} \times \vec{B} = 0$  luego son perpendiculares

**Ejercicio 2.14.-** Dados los vectores  $\vec{A} = -3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ ;  $\vec{B}$  en el plano XY de módulo 10 y dirección 120° respecto de +X; y  $\vec{C} = -4\hat{j}$ . Determinar:

- La magnitud de  $\vec{A} + \vec{B} - \vec{C}$
- El ángulo que forma  $\vec{A} \times \vec{B}$  con el eje Z
- Proyección de  $\vec{B} - \vec{C}$  en dirección de  $\vec{A}$

**Solución:**

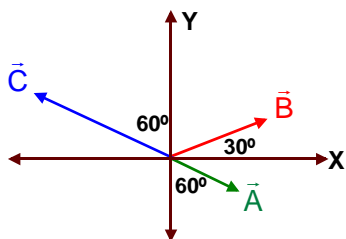
a)  $|\vec{A} + \vec{B} - \vec{C}| = 16,8$

b)  $\theta_z = 147,9^\circ$

c) 10,8

**Ejercicio 2.15.-** A partir de los vectores que se muestran en la figura, en que los módulos de  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  y  $\vec{C}$  son 10, 20 y 30 respectivamente, determine:

- Proyección de  $\vec{A}$  en dirección de  $\vec{C} - \vec{B}$
- Un vector  $\vec{D}$  tal que  $2\vec{D} + \vec{B} - 2\vec{A} = \vec{0}$



**Solución:**

- $A_E = -9.2$
- $\vec{D} = -10\hat{j}$

**Ejercicio 2.16.-** Dados los vectores

$$\vec{A} = 4\hat{i} + 6\hat{j} \text{ y } \vec{B} = -6\hat{i} - \hat{j}.$$

Encontrar:

- El ángulo formado por los vectores.
- Un vector unitario en la dirección del vector  $\vec{A} - 2\vec{B}$ .

**Solución:**

- $\theta = 133,2^\circ$
- $\hat{u} = 0,89\hat{i} + 0,45\hat{j}$

**Ejercicio 2.17.-** Hallar el área del triángulo formado por los vectores  $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ ;  $\vec{B} = -\hat{i} + 5\hat{j} - 4\hat{k}$  y su diferencia.

**Solución:**

$$\text{Area} = 12,03$$

**Ejercicio 2.18.-** Dados los vectores:

$$\vec{A} = -\hat{i} + 3\hat{j} + z\hat{k}; \quad \vec{B} = x\hat{i} + 6\hat{j} - \hat{k} \quad \text{y}$$

$$\vec{C} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 3\hat{k}.$$

- Si  $\vec{A}$  es paralelo a  $\vec{B}$  encontrar los valores de las incógnitas x, z.
- Encontrar un vector unitario paralelo a  $\vec{C}$ .
- Hallar un vector en el plano XY perpendicular a  $\vec{C}$  y de módulo 5.

**Solución:**

- $z = -\frac{1}{2}; \quad x = -2$
- $\hat{c} = 0,37\hat{i} - 0,74\hat{j} + 0,56\hat{k}$
- $\vec{A} = 4,48\hat{i} + 2,24\hat{j}$  o bien  $\vec{A} = -4,48\hat{i} - 2,24\hat{j}$

**Ejercicio 2.19.-** Dados los vectores:

$$\vec{A} = \vec{P} - \vec{Q} \text{ y } \vec{B} = \vec{P} + \vec{Q}. \text{ Determinar } \vec{P} \cdot \vec{Q} \text{ si } B=6 \text{ y } A=4.$$

**Solución:**

$$\vec{P} \cdot \vec{Q} = 5$$

**Ejercicio 2.20.-** Encontrar el área y los ángulos interiores de un triángulo cuyos vértices son las coordenadas:  $(3,-1,2)$ ,  $(1,-1,-3)$  y  $(4,-3,1)$ .

**Solución:**

$$\text{Area} = 6,4$$

$$\alpha = 26,284^\circ; \quad \beta = 76,851^\circ; \quad \gamma = 76,851^\circ$$

**Ejercicio 2.21.-** Hallar el valor de  $r$  tal que los vectores  $\vec{A} = 2\hat{i} + r\hat{j} + \hat{k}$  y  $\vec{E} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$  sean perpendiculares.

**Solución:**

$$r = 3$$

**Ejercicio 2.22.-** Hallar el área del paralelogramo cuyas diagonales son:  $\vec{E} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$  y  $\vec{T} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$

**Solución:**

$$\text{Area} = 8,7$$

**Ejercicio 2.23.-** Los vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  forman entre sí un ángulo de  $45^\circ$  y el módulo de  $\vec{A}$  vale 3. Encontrar el valor de la magnitud de  $\vec{B}$  para que la diferencia  $\vec{A} - \vec{B}$  sea perpendicular a  $\vec{A}$ .

**Solución:**

$$B = 4,2$$

**Ejercicio 2.24.-** Tres vectores situados en un plano tienen 6, 5 y 4 unidades de magnitud. El primero y el segundo forman un ángulo de  $50^\circ$  mientras que el segundo y el tercero forman un ángulo de  $75^\circ$ . Encontrar la magnitud del vector resultante y su dirección respecto del mayor.

**Solución:**

$$R = 9,9; \quad \theta_x = 45,8^\circ$$